

dr hab. Bartłomiej Dyda, prof. PWr Wrocław, 5 maja 2024 r.
Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska

Recenzja

rozprawy doktorskiej mgr Artura Ślabuszewskiego

„Zaburzenia ułamkowych przestrzeni Sobolewa na przestrzeniach
metrycznych z miarą”

Rozprawa doktorska mgr Artura Ślabuszewskiego została złożona w formie książki. Składa się ona ze wstępu, trzech właściwych rozdziałów oraz bibliografii. W rozprawie Doktorant przedstawił wyniki, które zostały lub zostaną opublikowane w czterech artykułach, dwóch wspólnych z promotorem, Przemysławem Górką, oraz dwóch wspólnych z promotorem i Ryanem Alvarado. Praca zawiera również pojedyncze wyniki Doktoranta, które nie zostały wcześniej opublikowane.

Oprócz wyników Doktoranta rozprawa zawiera również część odtwórczą, w której przytoczono różne definicje i twierdzenia potrzebne we właściwej części pracy, lub takie, które pozwalają lepiej zrozumieć wyniki Doktoranta. Na uwagę zasługuje fakt, że wiele z uzyskanych wyników to charakteryzacje, np. twierdzenie 76 o zanurzeniach przestrzeni Sobolewa w przestrzenie L^p lub przestrzenie funkcji ciągłych ma swoje odpowiedniki w postaci twierdzeń 82, 83 i 84 pokazujących odwrotne implikacje, tj. regularność miary z dołu przy założeniu, że przestrzenie odpowiednio się zanurzają (oraz przy dodatkowym słabym założeniu regularności miary z góry).

Dokładniejszy przegląd wyników można znaleźć na stronach 13–16 recenzowanej pracy i nie widzę sensu go tu powtarzać.

Otrzymane przez Doktoranta wyniki są nowe i bardzo ciekawe, ponadto dotyczą aktualnej tematyki. Dowody często wymagają pomysłowości i dobrego warsztatu, a także znajomości literatury; zastosowane metody są typowe dla prac z analizy na przestrzeniach metrycznych z miarą. Wyniki są głównie współautorskie, jednak nie mam wątpliwości, że udział Doktoranta jest istotny i że wykazuje on umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej, a także bardzo ważną umiejętność współpracy.

Praca jest bardzo dobrze zredagowana, chociaż nie udało się całkowicie uniknąć usterek, co jednak przy tej objętości rozprawy jest zrozumiałe. Np. pierwszy rozdział zaczyna się od (standardowej) definicji bardzo podstawowego pojęcia przestrzeni topologicznej. Jeśli jednak wprowadzamy taką definicję, to wypada wprowadzić też inne, podobne, np. bazy topologii (używanej w dowodzie twierdzenia 19). W lemacie 52 z kolei występuje niezdefiniowana wcześniej funkcja Φ_{r_{j+1}, r_j} . Oczywiście tę definicję można znaleźć w cytowanej pracy, z której ten lemat pochodzi, niemniej jednak powinna ona też znaleźć się w rozprawie. Nieco brakuje też indeksu oznaczeń; rozprawa jest dość obszerna i przydałoby się móc szybko znaleźć choćby definicje wielu występujących w rozprawie przestrzeni funkcyjnych. Chciałbym jednak podkreślić, że krytyczne uwagi z tego akapitu mają niewielką wagę i nie wpływają na ogólną bardzo wysoką ocenę rozprawy.

Warto dodać, że Doktorant uzyskał również wyniki, które nie weszły w skład rozprawy: wspólnie z promotorem podał przykład nieciągłej funkcji z przestrzeni $M^{1,s}(X)$, gdzie X jest s -regularna z dołu w sensie Ahlforsa oraz $s > 1$. Wynik ten został opublikowany w prestiżowym czasopiśmie Proceedings of the American Mathematical Society.

Negatywnie oceniam fakt, że Doktorant nie umieszcza swoich prac w formie preprintów na arXiv, jednak fakt ten nie ma znaczenia dla oceny rozprawy.

Podsumowując, przedłożona rozprawa spełnia wymogi ustawowe i wnoszę o jej przyjęcie oraz dopuszczenie mgr Artura Słabuszewskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Ze względu na to, że uzyskane wyniki są wartościowe i stanowią w wielu przypadkach cenne uzupełnienie dotychczasowych (implikacje w przeciwną stronę), wnoszę o wyróżnienie rozprawy.

Bartłomiej Dydą

